Задача 1

Число называется красивым, если оно имеет ровно три различных делителя. Такие числа – это квадрат простых чисел, потому для решения задачи необходимо найти простые числа.

Доказательство: Простые числа имеют два делителя себя и единицу. Все остальные числа – результат перемножения простых. Если число - результат перемножения двух простых, то у него 4 делителя (чем больше перемножаем, тем больше делителей). Остаются только степени простых чисел, но степени выше двойки отпадают (8 – 4 делителя: 8, 4, 2, 1). Потому остаются только квадраты простых чисел.

1) С помощью решета Эратосфена находим простые числа до (т.к ). Находя простое число, возводим его в квадрат, получаем красивое число. Асимптотика решета Эратосфена: , потому итоговая сложность алгоритма: .

2) Можно сделать точно также, но использовать решето Аткина: , получаем сложность алгоритма: .

P.S. Есть приём *wheel factorization,* который улучшает скорость алгоритма (как решета Эратосфена, так и Решета Аткина) на . Потому, если применить wheel factorization, получаем: - для первого, - для второго.